Aufgabe zu Modul 3

Erproben Sie selbst eine Problemlöseaufgabe unter Berücksichtung der Aspekte des Problemlösen lernens und laden sie ihre erprobte Aufgabe bitte direkt auf die Lernplattform oder schicken Sie sie mir an marina.stroebele@gmx.de. Falls Sie schöne Schülerlösungen haben würden wir uns sehr freuen, wenn Sie uns die zukommen lassen würden. Sie finden auch schöne Problemlöseaufgaben unter www.madaba.de .
Abgabetermin: Freitag, 5. Mai 2006, 14:00

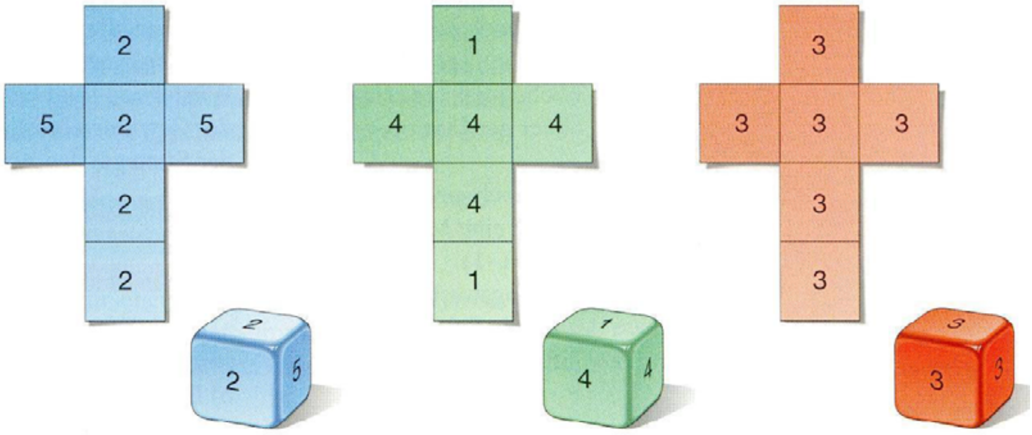
Das auf der nächsten Seite wiedergegebene Arbeitsblatt „**Die Würfel des Herrn Efron**“ wurde zum Gegenstand einer einschließlich Diskussion der Ergebnisse 3 Stunden dauernden Einheit. Der Kontext war die Reaktivierung der Vorkenntnisse in Wahrscheinlichkeitsrechnung, wobei insbesondere Baumdiagramme, Pfadregel und Summenregel an Hand vieler Anwendungsaufgaben gründlich wiederholt wurden.
Die angegebene Aufgabe halte ich für besonders geeignet, da sie viele heuristische Herangehensweisen ermöglicht und – insbesondere in Teil (d) – Offenheit für verschiedenste eigene Lernaufgaben bietet.

Die Schüler waren sich praktisch sofort darüber einig, dass in Aufgabe (a) der rote Würfel zu wählen sei und konnten auch die dazugehörige Gewinnwahrscheinlichkeit von 2/3 angeben. Ebenfalls halb intuitiv und ohne Baumdiagramm finden sie heraus, dass der grüne Würfel nur mit $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$ Wahrscheinlichkeit gewinnt. Zu meinem Erstaunen fällt den Schülern hingegen das Erstellen eines Baumdiagrammes recht schwer. Ein Schüler zeichnet gleich den 3-stufigen Baum, erkennt aber nicht, dass er damit die Zusatzaufgabe schon fast gelöst hat.
Die relativ offen gestellte Aufgabe (b) verwirrt einige Schüler am Anfang, wird dann aber auch gut gelöst.
Übrigens hatten von Anfang an viele der Schüler gleich 6 Münzen auf dem Tisch liegen und improvisierten das Spiel auf die verschiedensten Arten, wobei einige auch die drei Würfel aus Papier bastelten.
Bei (c) geht es um einen Erwartungswert, was allerdings noch nicht im Unterricht thematisiert worden war. Insofern ist bei dieser Aufgabe mehr eigenständige Modellierung erforderlich, womit einige Schüler überfordert sind, so dass ich Einzelnen Hilfestellungen gab. Dabei genügte i. A. schon die Aufforderung, genau 3 (bzw. 9) Spiele zu untersuchen und eine Gewinn-Verlust-Bilanz aufzustellen.
Bei der kreativsten Aufgabe (d) gibt es einige erfreuliche Ideen, ein Schüler erkennt für den Spieltyp (c) das Augensummenkriterium und begründet es, indem er den roten Würfel gegen einen Würfel (18, 0, 0, 0, 0, 0) antreten lässt – in gewisser Weise das Extremalprinzip anwendend.
Wenn man von Triviallösungen absieht, scheint es bei dem auf den ersten Blick einfacheren Spiel ohne Gewichtung schwieriger zu sein, faire Würfelpaare zu finden. Eine Schülerin gibt das Würfelpaar (3, 2, 5, 8, 12, 14); (6, 1, 10, 4, 24, 7) an, bei dem sie abwechselnd verdoppelte bzw. halbierte Augenzahlen verwendete. Als wir bei der Besprechung der Aufgaben diese Strategie mit anderen Augenzahlen testen, erhalten wir ein nicht faires Würfelpaar, die Strategie muss also noch verfeinert werden.

Fazit: Der Zeitbedarf war recht hoch, was von mir einiges an Selbstdisziplin im Sinne von nicht beschleunigend eingreifen abverlangte. Gleichwohl dürften die erzielten Lernerfolge den Zeitaufwand wert sein, während andererseits ein durchgängig auf derart komplexen Aufgaben aufbauender Unterrichtsfortgang kaum realisierbar sein dürfte. Für einen konsequent besseren MU müsste man m. E. die Anzahl der wöchentlichen Unterrichtsstunden heraufsetzen, um Freiraum für kreative Prozesse zu schaffen, die schwerlich nach Stoppuhr zu realisieren sind.

Die Würfel des Herrn Efron

Die sechs Seiten eines Würfels müssen nicht unbedingt mit den Zahlen von eins bis sechs beschriftet sei, sie können ganz unterschiedliche Beschriftung haben. Für ein einfaches, aber im Ergebnis recht verblüffendes Würfelspiel kann man die unten abgebildeten „Würfel des Herrn Efron“ verwenden. Es handelt sich dabei um drei verschiedenfarbige und unterschiedlich beschriftete Würfel. Ihr könnt sie leicht herstellen, indem ihr auf herkömmliche Würfel kleine Papierstreifen (Würfelnetze) klebt und diese entsprechend beschriftet.



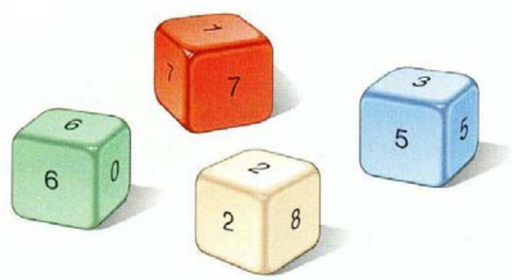
Spielregel (für zwei Spieler):

- Jeder Spieler erhält sechs Münzen.
- Der erste Spieler wählt einen der drei Würfel.
- Der zweite Spieler wählt einen anderen Würfel.
- Beide Spieler würfeln. Wer die höhere Augenzahl erreicht, gewinnt und erhält vom Verlierer eine Münze.
- Die Schritte 1 — 4 werden wiederholt bis ein Spieler keine Münzen mehr hat.

(a) Welchen Würfel sollte der zweite Spieler wählen, wenn der erste Spieler den blauen Würfel (5, 5, 2, 2, 2, 2) gewählt hat?

(b) Gibt es einen besonders günstigen Würfel?

(c) Die Spielregeln sollen geändert werden: die Höhe der Ergebnisse soll berücksichtigt werden. Wer die größere Zahl würfelt, erhält so viele Münzen wie die Differenz der Augenzahlen ausmacht.
Ist das Spiel nun fair und wenn ja warum?



(d) Überlegt euch ein eigenes möglichst faires Glücksspiel mit von euch beschrifteten Würfeln (auch Zahlen über 6 sind möglich!).

Zusatz:
Angenommen, es sind drei Spieler, die mit allen drei Würfeln spielen.
Wer gewinnt jetzt?

(Quelle: Mathe Live 8, 5. 57f.)