

Aufgabe 1: 18. Geburtstag

Die Großeltern Berger haben bei der Geburt ihres Enkels Max für diesen einen Betrag von 3.000 € fest auf ein Konto angelegt. An seinem 18. Geburtstag nächste Woche soll er nun das Sparbuch von ihnen überreicht bekommen.

- a) Wie viel Euro erhält Max, wenn das Geld mit 3,5 % jährlich verzinst wurde?
- b) Max freut sich schon sehr auf seinen 18. Geburtstag, denn er möchte eine Party feiern und sich ein kleines Auto kaufen. Er rechnet mit einem Betrag von 10.000 € den er von seinen Großeltern geschenkt bekommt. Welchen Zinssatz hätte er jährlich bekommen müssen, um diesen Betrag geschenkt zu bekommen?
- c) Max überlegt sich, dass er das Geld gerne weiter zu 3,5 % jährlich anlegen möchte. Wie viele Jahre müsste er den Betrag des Sparbuchs anlegen, damit er am Ende einen Betrag von 8.000 € abheben kann?
- d) Welche Möglichkeiten kennst du, einen solchen Aufgabentyp zu lösen?

Lösung:

Aufgabe 2.a)

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \Rightarrow K_{18} = 3.000\text{€} \cdot \left(1 + \frac{3,5}{100}\right)^{18} = 5.572,67\text{€}$$

Max erhält an seinem Geburtstag einen Betrag von 5.572,67 €.

Aufgabe 2.b)

$$\begin{aligned} K_n &= K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \Leftrightarrow \frac{K_n}{K_0} = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \Leftrightarrow \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} = 1 + \frac{p}{100} \\ \Leftrightarrow p &= \left(\sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1\right) \cdot 100 = \left(\sqrt[18]{\frac{10.000\text{€}}{3.000\text{€}}} - 1\right) \cdot 100 = 6,92\% \end{aligned}$$

Die Bank hätte das Geld der Großeltern mit einem Zinssatz von 6,92 % verzinsen müssen.

Aufgabe 2.c)

$$\begin{aligned} K_n &= K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \Leftrightarrow \frac{K_n}{K_0} = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \Leftrightarrow \ln\left(\frac{K_n}{K_0}\right) = n \cdot \ln\left(1 + \frac{p}{100}\right) \\ \Leftrightarrow n &= \frac{\ln\left(\frac{K_n}{K_0}\right)}{\ln\left(1 + \frac{p}{100}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{8.000\text{€}}{5572,33\text{€}}\right)}{\ln\left(1 + \frac{3,5}{100}\right)} = 10,51 \end{aligned}$$

Max müsste das Geburtstagsgeld weitere 10,5 Jahre anlegen, um eine Summe von 8.000 € auf seinem Sparbuch zu besitzen.

Aufgabe 1: Einen Euro

Felix behauptet, dass er im Alter von 45 Jahren eine Betrag von über 500.000 € von der Volksbank ausgezahlt bekommt, weil seine Eltern seit seiner Geburt jeden Tag einen Euro für ihn auf ein Konto einzahlen. Anna lacht und antwortet daraufhin skeptisch, dass das niemals sein kann, denn $45 \cdot 365 \cdot 1\text{€}$ sind nur 16.425 €.

Welche der beiden Aussagen trifft zu? Begründe deine Antwort mathematisch und realistisch! Nutze zur Lösung der Aufgabe ein Tabellenkalkulationsprogramm!



Lösung:

Beide Aussagen könnten unter gewissen Voraussetzungen mathematisch zutreffen. Sie sind jedoch beide unrealistisch!

a) Die Aussage von Felix trifft unter den folgenden Annahmen zu:

Eine Lösung kann hierbei durch systematisches Testen und mit Hilfe des Softwareprogramms Excel ermittelt werden. Angenommen, die Eltern von Felix zahlen zu Beginn jeden Jahres 365 € auf ein Konto ein und erhalten an jedem Jahresende 12 % Zinsen auf ihr gespartes Kapital, so wird Felix Recht behalten und im Alter von 45 Jahren eine Summe von 555.244,44 € erhalten. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Bank jedoch solch einen hohen Zinssatz auszahlt, ist utopisch und unrealistisch. Aufgrund dessen stimmt Felix Aussage nur mathematisch!

$$K_1 = 365 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^1$$

$$K_2 = (K_1 + 365) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2$$

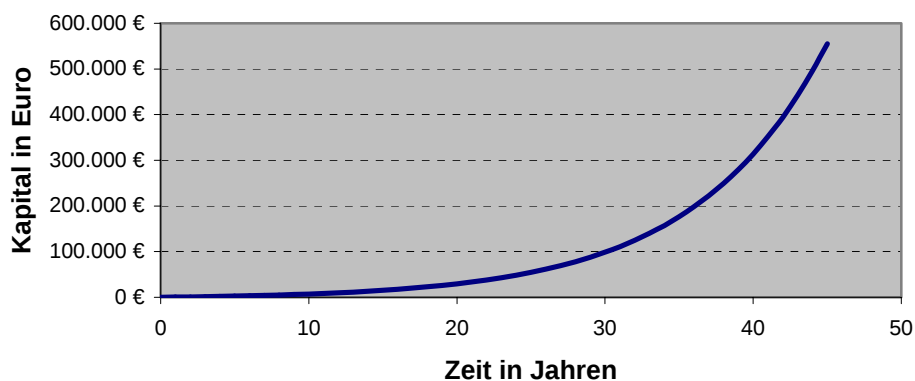
$$K_3 = (K_2 + 365) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3$$

$$K_n = (K_{n-1} + 365) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Jahre	y(1%)	y(10%)	y(11%)	y(12%)
0	0	0	0	0
1	368,65	401,5	405,15	408,8
2	740,9865	843,15	854,8665	866,656
3	1117,04637	1328,965	1354,05182	1379,45472
4	1496,86683	1863,3615	1908,14751	1953,78929

5	1880,4855	2451,19765	2523,19374	2597,044
10	3856,89465	6398,87598	6774,92193	7173,9229
15	5934,12054	12756,6514	13939,3312	15239,9474
20	8117,30582	22995,9123	26011,7774	29455,0385
25	10411,8555	39486,3444	46354,5515	54506,8861
30	12823,4503	66044,3501	80633,3087	98656,8014
35	15358,0606	108816,284	138395,008	176464,037
40	18021,9615	177700,911	235726,831	313586,973
41	18570,8312	195872,502	262061,932	351626,209
42	19125,1895	215861,252	291293,895	394230,154
43	19685,0914	237848,878	323741,373	441946,573
44	20250,5923	262035,265	359758,074	495388,962
45	20821,7482	288640,292	399736,612	555244,437

**Spare einen Euro am Tag mit 12 % Zinsen jährlich und
erhalte nach 45 Jahren über 500.000 Euro**



b) Anna hat mathematisch Recht, wenn die Bank keine Zinsen zahlen würde. Aber das ist unrealistisch, denn jede Bank zahlt immer mindestens 1-2 % auf gespartes Kapital.