

### **Aufgabe 1: Heißluftballon**

Der 43-jährige Ian Ashpole stand in England auf der Spitze eines Heißluftballons. Die Luft-Nummer in 1.500 Meter Höhe war noch der ungefährlichste Teil der Aktion. Kritischer war der Start: Nur durch ein Seil gesichert, musste sich Ashpole auf dem sich füllenden Ballon halten. Bei der Landung strömte die heiße Luft aus einem Ventil direkt neben seinen Beinen aus. Doch außer leichten Verbrennungen trug der Ballonfahrer zum Glück keine Verletzungen davon.

Wie viel Liter Luft befinden sich wohl in diesem Heißluftballon?



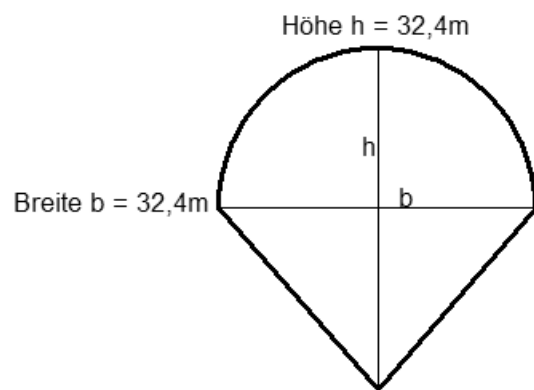
## Lösung:

Variante 1:

Der Ballon kann in eine Halbkugel und in einen Kegel zerlegt werden. Da in der Aufgabenstellung keine Maße angegeben sind, bist du darauf angewiesen, diese aus dem Foto zu entnehmen und in die Wirklichkeit zu übertragen.

Der einzige Bezugspunkt hierfür ist der Mann auf der Spitze des Ballons. Daraus ergibt sich ein Mensch-Ballon-Verhältnis von 1:18 (der Mensch ist ungefähr 0,5 cm und die Höhe und Breite des Ballons sind ungefähr 9 cm). Schätzen wir die Körpergröße von Ian Ashpole auf 1,80 m, so ergibt sich aus dem Verhältnis eine Höhe und eine Breite des Ballons von 32,4 m (= 1,80 m \* 18). Aus der folgenden Skizze kann nun das Volumen des Heißluftballons berechnet werden:

Der Radius der Kugel beträgt 16,2 m (= 32,4 m : 2).



$$V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$V_{Halbkugel} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 8.904,38m^3$$

$$V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \frac{h_{gesamt}}{2} = 4.452,19m^3$$

$$V_{Ballon} = V_{Halbkugel} + V_{Kegel} = 13.356,6m^3 = 13.356.600l$$

Der Ballon besitzt ein Volumen von 13.356.600 Liter.

Variante 2:

Der Heißluftballon kann auch ungenauer modelliert werden, und zwar als Kugel mit einem Radius von 16,2 m:

$$V_{Kugel} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 17.808,76m^3 = 17.808.760l$$

## **Aufgabe 2: Schüttkegel**

Auf einer Baustelle wird Sand, der als Füllmaterial benötigt wird, in acht 1,75 m hohen zylinderförmigen Behältern mit jeweils 1,5 m Durchmesser angeliefert. Der Sand wird langsam über ein Förderband ausgekippt, so dass ein kegelförmiger Haufen entsteht. Der Vorarbeiter hat den Verdacht, dass die Lieferfirma betrogen hat und die Behälter nicht ganz voll waren. Er beauftragt seinen schlaunen Lehrling das zu überprüfen. Dieser misst Umfang ( $U = 17,5 \text{ m}$ ) und Seitenkante des Kegels.

- Welche Masse hat der Sand (in Tonnen), wenn die Behälter voll sind? Hinweis:  $1 \text{ dm}^3$  des Sandes hat die Masse  $3,5 \text{ kg}$ .
- Wie lang müsste die Seitenkante  $s$  sein, wenn die Behälter voll waren? Warum hat der Lehrling nicht einfach Radius und Höhe gemessen?

### **Lösung:**

Aufgabe 2.a)

$$V = 8 \cdot \pi \cdot (0,75\text{m})^2 \cdot 1,75\text{m} = 24,74\text{m}^3 = 24.740\text{dm}^3$$

$$m = 24.740\text{dm}^3 \cdot 3,5 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 86,6\text{t}$$

Der Sand der 8 Behälter hat insgesamt eine Masse von  $86,6 \text{ t}$ .

Aufgabe 2.b)

Der Lehrling misst Seitenkante und Umfang des Kegels, da diese leichter zu messen sind als Radius und Höhe. Aus dem Umfang lässt sich der Radius des Kegels bestimmen.

$$r = \frac{U}{2\pi} = \frac{17,5\text{m}}{2\pi} = 2,79\text{m}$$

Dadurch ergibt sich die Höhe mit der Invarianten  $V = 24,7 \text{ m}^3$  zu:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h \quad \Leftrightarrow \quad h = 3 \cdot \frac{V}{\pi \cdot r^2} = 3 \cdot \frac{24,7\text{m}^3}{\pi \cdot (2,79\text{m})^2} = 3,03\text{m}$$

Nach dem Satz des Pythagoras gilt:

$$s^2 = r^2 + h^2$$

$$s = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(2,79\text{m})^2 + (3,03\text{m})^2} = 4,12\text{m}$$

Die Seitenkante des Schüttkegels müsste  $4,12 \text{ m}$  lang sein.