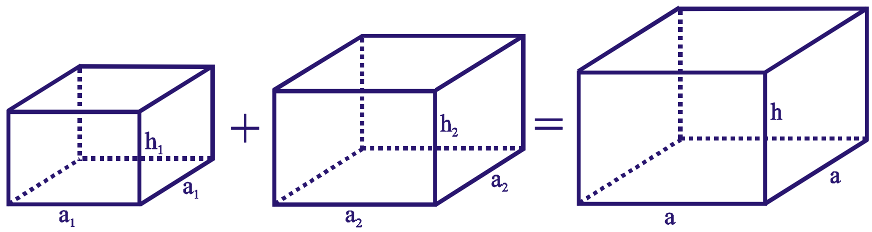
**<u>Aufgabe 1:</u> Tonklötze**

Der Künstler Heinrich Sumpf hat bei seinem Großhandel 24 Klötze Ton bestellt. Die Klötze haben eine quadratische Grundfläche aber zwei unterschiedliche Größen. Die kleineren haben eine Seitenlängen von $a_1$=10cm und eine Höhe von $h_1$=8cm, die größeren die Seitenlängen $a_2$=20cm und die Höhe $h_2$=13cm. Da er ziemlich große Plastiken herstellt, formt Herr Sumpf gleich aus 2 Klötzen unterschiedlicher Größe jeweils einen neuen, größeren. Diese neuen Klötze haben dann wieder eine quadratische Grundfläche und eine Höhe von h=15cm.
Danach packt Herr Sumpf den Ton noch in Folie ein, um ihn vor dem Austrocknen zu schützen. Damit er aber die Folie passend zuschneiden kann, muss er wissen, wie groß die Oberfläche der neuen Klötze ist. Kannst du helfen?

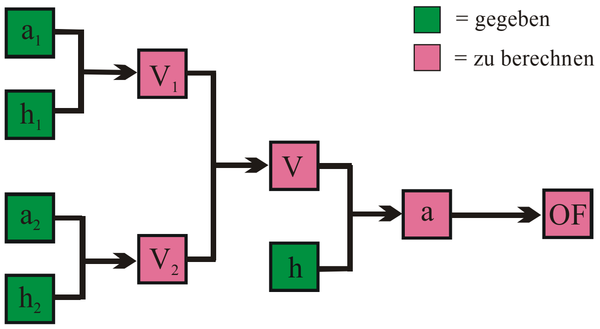
**Lösungsmöglichkeit:**

Im ersten Schritt wäre es wünschenswert, wenn sich die Schüler eine Skizze der Klötze machen und darin die gegebenen Größen kennzeichnen würden. Dieser Schritt sollte bei jeder Möglichkeit angeregt werden, damit sich das Zeichnen informativer Figuren langsam als Selbstverständlichkeit einprägt.




Mit Hilfe dieser Zeichnung sollten die Schüler beim Rückwärtsarbeiten in der Lage sein abzulesen, dass ihnen die Größe a für die Berechnung der Oberfläche des neuen Quaders fehlt.
Die Schüler wissen, dass die Größen h und a auch in der Volumenformel enthalten sind. Im nächsten Rückwärtsschritt, wenn sie sich mit dem Volumen näher beschäftigen, sollten sie deshalb darauf kommen, dass sich das neue Volumen aus der Addition der Volumina der beiden zusammengefügten Klötze ergibt. Prüfen sie im folgenden Schritt die Angaben der beiden Ausgangsklötze, sehen sie, dass für die Berechnung der beiden Volumina alle notwendigen Angaben vorhanden sind.

Fassen die Schüler nun ihre Lösungsideen in einem Lösungsgraphen zusammen, könnte dieser folgendermaßen aussehen.




Anmerkungen:
Diese Aufgabe ist wegen ihres Schwierigkeitsgrades sicherlich nicht zur Einführung des Rückwärtsarbeitens geeignet, auch sollte das Zeichnen eines Lösungsgraphen bereits vorgekommen sein.
Nach Lösung und Besprechung dieser Aufgabe kann mit den Schülern die Übertragbarkeit heuristischer Elemente besprochen werden, indem sie mit den zuvor behandelten Spielen verglichen wird.

Bei Bedarf lässt sich diese Aufgabe erweitern und öffnen, indem man die Frage der luftdichten Verpackung thematisiert. Die Schüler müssten dann

- Netze der Würfel zeichnen,
- entscheiden bei welchem der geringste Verschnitt entsteht,
- erkennen, dass für eine Verpackung nicht einfach das Netz zugeschnitten werden darf, sondern immer auch ein Rand vorgesehen werden muss,
- die Form des Quaders variieren, um eine gegebene Foliengröße optimal auszunutzen,
- etc.

Wegen ihres Schwierigkeitsgrades sollte diese Aufgabe möglichst spät gestellt werden, damit die zu verwendenden Heurismen schon recht selbstverständlich und sicher angewendet werden können. Dies sollte aber kein Problem darstellen, da die Behandlung von Flächeninhalten und Volumina ohnehin erst am Ende des Schuljahres steht.

Rechnung:

$a_1 = 10$ cm

$h_1 = 8$ cm

$a_2 = 20$ cm

$h_2 = 13$ cm

$V_1 = a_1 \cdot a_1 \cdot h_1$

$= 10cm \cdot 10cm \cdot 8cm = 800\ cm^3$

$V_2 = a_2 \cdot a_2 \cdot h_2$

$= 20cm \cdot 20cm \cdot 13cm = 5200\ cm^3$

$$V = V_1 + V_2 = 6000\ cm^3$$

$$a \cdot a = \frac{V}{h} = \frac{6000\ cm^3}{15\ cm} = 400\ cm^2$$

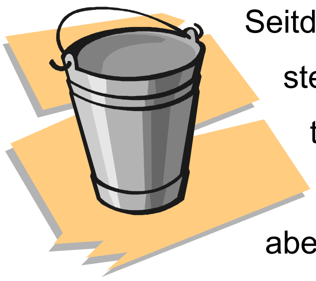
$$a = 20\ cm$$

$$OF = 2 \cdot a \cdot a + 4 \cdot a \cdot h = 800\ cm^2 + 1200\ cm^2$$

$$OF = 2000\ cm^2$$

Die Oberfläche beträgt 2000 cm².

**Aufgabe 2: Die Wette**

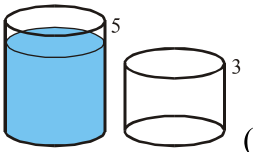


Seitdem Nico und sein Freund Tim im Knobelklub ihrer Schule sind, stellen sie sich ständig gegenseitig Aufgaben. Nach der Schule treffen sie sich bei Tim. Er drückt Nico zwei Eimer in die Hand und sagt: „ Hier hast du einen 3 Liter und einen 5 Liter Eimer, aber beide ohne Maßeinteilungen. Du kannst so viel Wasser wie Du willst so oft wie nötig hin und her schütten. Ich wette mit Dir um ein Eis, dass Du es nicht schaffst, dass zum Schluss 4 Liter Wasser im 5-Liter-Eimer sind!“
Welcher der beiden Jungen muss nachher das Eis bezahlen?

**Lösungsmöglichkeit:**

Die Lösung dieser Aufgabe lässt sich recht schnell finden, wenn man die heuristische Strategie des Rückwärtsarbeitens verwendet.

Dabei geht man vom Gesuchten aus und macht sich zunächst einmal klar, wie die beiden Behälter im Endzustand gefüllt sein müssten.

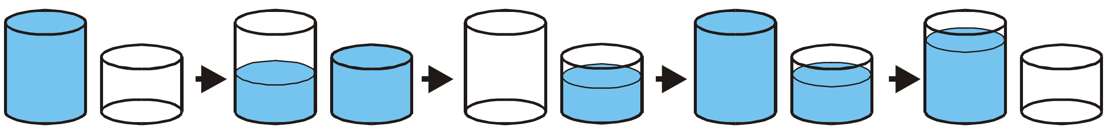


(Endzustand).

Es stellt sich dann folgende Frage: Was muss man tun, um diesen Zustand zu erreichen?

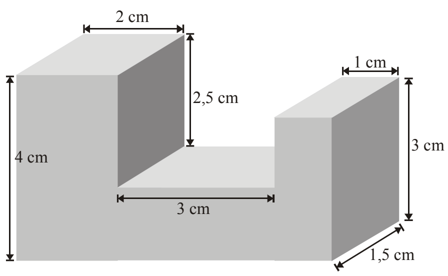
Damit man aus dem großen Gefäß 1l abschütten könnte, müssten im kleinen Gefäß 2l enthalten sein. Wie könnte man erreichen, dass sich 2l im kleineren Gefäß befinden? Schüttet man aus dem vollen großen Gefäß 3l in das kleinere Gefäß, behält man 2l im Großen zurück. Leert man dann das 3l-Gefäß aus und füllt die 2l aus dem großen Gefäß um, hat man die benötigten 2l im kleinen Gefäß.

Fasst man nun diese Teilschritte in der richtigen Reihenfolge zusammen, erhält man den Lösungsweg:



Tim wird das Eis bezahlen müssen, er war wohl etwas vorschnell, Nico gleich eine Wette vorzuschlagen.

**<u>Aufgabe 3:</u> Volumen**



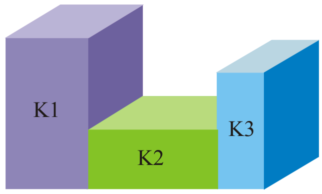

a) Gib die zur Volumenberechnung fehlenden Größen des Körpers an.

b) Berechne das Volumen des Körpers.

**Lösungsmöglichkeit:**

a) Die fehlenden Größen können von den Schülern anhand der vorhandenen berechnet und direkt in die Zeichnung eingetragen werden.

b) Das Volumen des Körpers können die Schüler nur berechnen, wenn sie ihn zuvor in Teilkörper zerlegen, was auf unterschiedliche Arten möglich ist. Hier soll die Berechnung des Gesamtkörpers durch folgende Zerlegung vorgestellt werden.




Volumenberechnung:

$V_{K1} = 2 \cdot 1{,}5 \cdot 4 = 12 \text{ cm}^3$

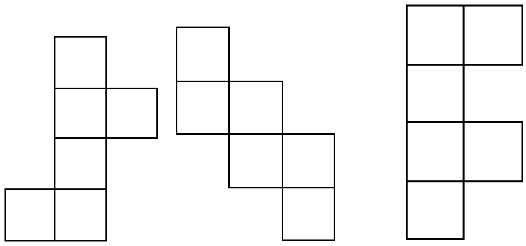
$V_{K2} = 3 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}5 = 6{,}75 \text{ cm}^2$

$V_{K3} = 1 \cdot 1{,}5 \cdot 3 = 4{,}5 \text{ cm}^3$

Daraus folgt $V = 12 \text{ cm}^3 + 6{,}75 \text{ cm}^3 + 4{,}5 \text{ cm}^3 = 23{,}25 \text{ cm}^3$

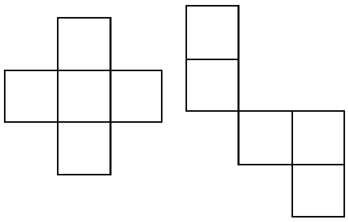
**<u>Aufgabe 4:</u> Würfelnetze**

a) Welches dieser Netze ist ein Würfelnetz?

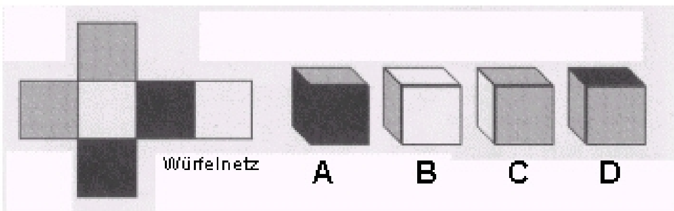


b) Gib ein Netz an, welches kein Würfelnetz ist!

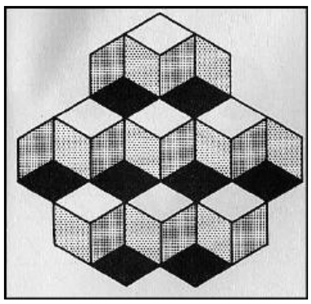
c) Vervollständige die Netze zu einem Würfelnetz!



d) Du siehst unten ein so genanntes Würfelnetz sowie vier Würfel mit jeweils drei sichtbaren Flächen. Welcher Würfel lässt sich aus dem Würfelnetz durch Falten herstellen? (aus http://www.mgb-mathematikolympiade.de/aufgaben2002.html, vom 6.12.05)



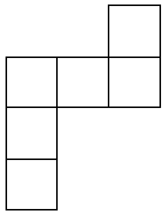

e) Um wie viele Würfel handelt es sich hier?



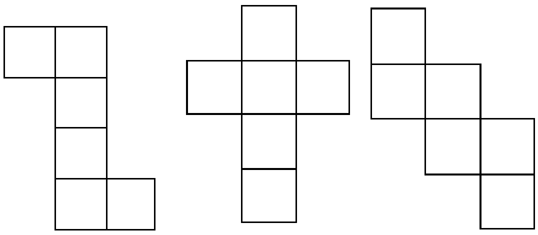
**Lösungsmöglichkeit:**

a) Die ersten beiden Netze sind Würfelnetze, das dritte nicht.

b)



c)



d) Es handelt sich um Würfel C.

e) Sieht man die weißen Seiten als Oberseite an, sind es 7 Würfel. Sieht man die schwarze Seite als Unterseite, sind es 8 Würfel.