

Aufgabe 1: In einem fernen Land¹



In einem fernen Land lebte einmal ein König. Er suchte im ganzen Land jemanden, der ihm einen großen Teich in seinem Park anlegen sollte.

Eines Tages kam ein Mann namens Mula zu dem König und versprach, dass er den Teich bauen könnte. Der König willigte ein. Mula erbat als Lohn, für den ersten Tag einen Taler, für den zweiten Tag zwei Taler und für den dritten Tag vier Taler usw.

Der König lobte die Bescheidenheit Mulas und dieser begann sogleich mit dem Bau. Doch des Königs Freuden währten nicht lang. Der Teich war fertig und der König ein armer Mann....

a) Schreibe für die ersten dreißig Tage auf, welchen Lohn Mula bekommen hatte. verwende dabei eine Stellentafel.

b) An welchem Tag erhielt Mula zum ersten Mal mehr als eine Million Taler?

c) Der Bau des Teiches dauerte insgesamt 32 Tage. Wie viel Geld musste der König aus seiner Schatzkammer für Mula holen lassen?

d) Wenn du damals der königliche Berater gewesen wärst, was hättest du dem König gesagt? Schreibe deine Geschichte zum Ausgang des Geschehens auf!

Lösungsmöglichkeit:

a)

Tag	Lohn							
	Millionen	Tausender			H	Z	E	
		HT	ZT	T				
1							1	
2							2	
3							4	
4							8	
5						1	6	
6						3	2	
7						6	4	
8					1	2	8	
9					2	5	6	
10					5	1	2	
11					1	0	2	4

¹ Aufgabe aus Mathematik heute, Klasse 5 (geändert)

12					2	0	4	8
13					4	0	9	6
14					8	1	9	2
15				1	6	3	8	4
16				3	2	7	6	8
17				6	5	5	3	6
18			1	3	1	0	7	2
19			2	6	2	1	4	4
20			5	2	4	2	8	8
21		1	0	4	8	5	7	6
22		2	0	9	7	1	5	2
23		4	1	9	4	3	0	4
24		8	3	8	8	6	0	8
25	1	6	7	7	7	2	1	6
26	3	3	5	5	4	4	3	2
27	6	7	1	0	8	8	6	4
28	1	3	4	2	1	7	2	8
29	2	6	8	4	3	5	4	5
30	5	3	6	8	7	0	9	1

b) Am 21.Tag erhielt er zum ersten Mal mehr als 1 Million Taler.

c) 2.147.483.648 Taler musste der König am 32.Tag Mula als Tageslohn zahlen.

d) Nachdem die ersten zwei Wochen des Teichbaus verstrichen waren, kam der Schatzmeister Anton zum königlichen Berater Ewald. „Du Ewald“, sprach er, „dieser Teich kommt uns ganz schön teuer. Heute musste ich diesem dahergelaufenem Gauner, der sich Mula schimpft, schon mehr wie 8000 Taler zahlen!“ Ewald, der Berater war entsetzt: „Aber Anton, bist du denn des Wahnsinns! Weißt du nicht mehr, was wir ausgemacht haben? Am ersten Tag 1 Taler, am zweiten 2, am dritten 4, usw. Da war nichts von Tausenden von Talern die Rede!“ Anton war erzürnt, denn er hatte die Befehle genau befolgt und er bekam schon wieder Ärger. „Mensch Ewald, dann rechne doch mal weiter 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 Taler. Das geht ja alles noch. Obwohl das schon mehr ist, als ich verdiene. Aber dann geht's weiter: 128, 256, 512, usw. Und jetzt sind wir schon bei über 8000 und der Teich ist noch nicht mal halb fertig.“ Ewald standen die Haare zu Berge. „Oh je. Und ich habe dem König dazu geraten! Wenn er das mitbekommt, werde ich gehängt.“ „... und ich auch“, sagte Anton, „ich hab Mula immer das Geld gegeben.“

Am nächsten Tag wunderte sich der König, als sein Schatzmeister und sein Berater nicht mehr aufzufinden waren...

Eine Woche später erhielt er die fristlose Kündigung der beiden per Post aus dem Nachbarland ...

Aufgabe 2: Große Zahlen darstellen

Stellentafel können helfen große Zahlen lesen zu können. Julia hat Schwierigkeiten beim Lesen von Zahlen. Kannst du ihr einen Tipp geben, wie ihr beim Lesen der Zahlen eine Stellentafel nutzen kann?

Als Beispielzahlen kannst du den Lohn von Mula fortsetzen, wenn er doch noch nicht nach 32 Tagen mit dem Teichbau fertig geworden wäre.

Lösungsmöglichkeit:

Wenn man Probleme hat große Zahlen zu lesen, hilft es, sie in die Stellenwerttafel einzutragen. Liest man in dieser die Zahlen in den einzelnen Spalten ist es nicht mehr schwer die komplette Zahl zu lesen, wie folgendes Beispiel zeigt.

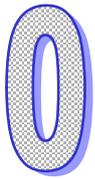
Tag	Lohn									
	Milliarden	Millionen			Tausender			H	Z	E
					HT	ZT	T			
30		5	3	6	8	7	0	9	1	2
31	1	0	7	3	7	4	1	8	2	4
32	2	1	4	7	4	8	3	6	4	8
33	4	2	9	4	9	6	7	2	9	6
34	8	5	8	9	9	3	4	5	9	2
35	1 7	1	7	9	8	6	9	1	8	4

Will man die Zahl lesen, die Mula am 35. Tag verdient hätte, hilft einem die Stellenwerttafel.

In der Milliarden-Spalte liest man ein 17. Die Zahl lautet also bis hierhin schon mal siebzehn Milliarden. In der Millionenspalte liest man 179. Damit liest sich die Zahl bis hier als siebzehn Milliarden einhundertneunundsiebzig Millionen. In der Tausenderspalte findet man 869. Die Zahl bis hier heißt demnach siebzehn Milliarden einhundertneunundsiebzig Millionen achthundertneunundsechzig Tausend. In der Hunderter, Zehner und Einer Spalte findet man 184. Damit lautet die vollständige Zahl siebzehn Milliarden einhundertneunundsiebzig Millionen achthundertneunundsechzig Tausend einhundertvierundachtzig.

Aufgabe 3: Auf die Null kommt es an!

Stelle Fragen zu diesem Zeitungsartikel und beantworte sie:



Letzte Woche hat sich in unseren Artikel zum Thema Förderung von Schule und Freizeit ein Fehler eingeschlichen. Es war die Rede von 500 000 € die von der Stadt für diverse Projekte eingesetzt werden sollen. Allerdings war diese Angabe nicht korrekt, denn es handelt sich um 50 000 €...

Lösungsmöglichkeit:

Man kann sich z. B. folgende Fragen stellen:

- Wie groß ist der Zahlenfehler, der sich in den Artikel eingeschlichen hat?
- Wie groß wäre der Fehler, wenn der Autor ein Null vergessen hätte?
- Wie groß ist der Fehler, wenn man bei 10, 100, 1000, etc eine Null vergisst?
- Wie groß ist der Fehler, wenn man bei 10, 100, 1000, etc eine Null zu viel schreibt?
- etc.

Aufgabe 4: Stellenwertsysteme

a) Erkläre anhand von einem selbst gewählten Beispiel, wie man Zahlen im Zweier-, im Zehner- und im Sechzehnersystem darstellen kann!

b) Warum gibt es überhaupt verschiedene Systeme? Warum verwendet man nicht nur das Dezimalsystem? Versuche hierauf eine Antwort zu geben.

Lösungsmöglichkeit:

a) Das Zweiersystem besteht nur aus den *zwei* Ziffern 0 und 1. Die Stellen sind also auch nicht Einer, Zehner, Hunderter, usw., sondern Einer, Zweier, Vierer, usw. (immer mal *zwei*). Damit kann man auch eine Stellentafel aufstellen, die einem hilft die Zahl ins Zehnersystem umzurechnen.

Sechzehner	Achter	Vierer	Zweier	Einer
1	1	1	0	1

Diese Zahl lautet im Zehnersystem:

$$1 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 16 = 29$$

Das Sechzehnersystem besteht aus den *sechzehn* Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. Ein A im Sechzehnersystem ist eine 10 im Zehnersystem, ein B eine 11, usw. Es gibt hier auch keine Einer, Zehner, Hunderter, usw., sondern Einer, Sechzehner, Zweihundertsechsfünfziger, usw. (immer mal *sechzehn*). Auch hier kann man eine Stellentafel aufstellen, die einem hilft, die Zahl ins Zehnersystem umzurechnen.

Sechzehner	Einer
1	D

Ein D im Sechzehnersystem ist eine 13 im Zehnersystem. Die Zahl 1D lautet also im Zehnersystem:

$$13 \cdot 1 + 1 \cdot 16 = 29$$

b) Computer können nur mit zwei Ziffern umgehen. Deshalb braucht man das Zweiersystem. Da die Zahlen im Zweiersystem sehr lang werden und der Mensch sich diese schlecht merken kann, arbeitet er mit anderen Zahlen. Normalerweise rechnet man im Zehnersystem. Informatiker müssen aber auch oft im Zweiersystem rechnen. Es ist weniger aufwendig Zahlen aus dem Zweiersystem ins Sechzehnersystem umzurechnen, als ins Zehnersystem. Daher arbeiten Informatiker auch manchmal mit dem Sechzehnersystem.