Aufgabe 1: **Kerzen-Aufgabe**

Zwei Kerzen brennen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten. Die zu Beginn 50 cm lange brennt pro Stunde 5 cm ab, die 40 cm lange 3 cm. Wie lange dauert es, bis sie gleich lang sind?

Lösung:

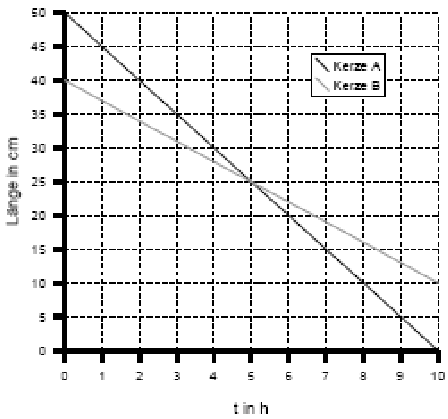
(1) mit Tabelle zum systematischen Probieren:

t in h	Kerze A	Kerze B
0	50	40
1	45	37
2	40	34
3	35	31
4	30	28
5	25	25
6	20	22

Diese einfache Tabelle lässt sich zum systematischen Probieren im Sinne einer Wertetabelle verwenden. Es werden sukzessive verschiedene Zeiten eingesetzt, bis die daraus resultierenden Längen der beiden Kerzen gleich sind. Dabei werden nur die in der Aufgabenstellung angegebenen Informationen benötigt.

(2) graphische Lösung:

An den Graphen der beiden Zuordnungen Zeit → Kerzenlänge lässt sich der Zeitpunkt gleicher Länge ablesen. Es ergibt sich eine Zeit von etwa 5 Stunden bei einer Länge von ca. 25 cm. Es sollte schon in diesem frühen Stadium des Einsatzes von Graphen betont werden, dass eine graphische Lösung nur eine ungefähre Lösung ist. Die Qualität der Lösung hängt sehr von der Qualität der Zeichnung und der Ablesegenauigkeit ab.



(3) Verwendung der Invariante Geschwindigkeitsdifferenz:

Diese Aufgabe kann auch durch den direkten Einsatz des Invarianzprinzips – ohne Gebrauch eines Hilfsmittels gelöst werden. Es genügt die konstante Differenz der Geschwindigkeiten als Invariante zu erkennen.

Die beiden Kerzen brennen mit einer Geschwindigkeitsdifferenz von 2 cm/h. Da die Längendifferenz zu Beginn 10 cm beträgt, lässt sich die Zeit bis zur Längengleichheit leicht bestimmen:

t = 10 cm / (2 cm/h) = 5h.

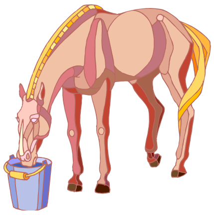
An dieser Aufgabe kann das Invarianzprinzip daher zum ersten Mal deutlich gemacht werden. Der Aufwand für die Lösung ist dann wesentlich geringer als bei den anderen beiden Lösungswegen.

<u>Aufgabe 2:</u> Wahlaufgabe!

a) Maurer-Aufgabe

8 Maurer benötigen für den Hausrohbau bei 8-stündiger Arbeitszeit 24 Tage. Nach 19 Tagen wird ein Maurer krank. Die anderen arbeiten jetzt täglich 9 Stunden. Schaffen sie es den Rohbau termingerecht fertig zu stellen?

b) Im Gestüt



In einem Gestüt reicht der Futtervorrat für 16 Pferde 105 Tage lang. Nach 9 Tagen werden 4 Pferde verkauft und nach weiteren 23 Tagen wieder 3 Pferde erworben. Wie lange reicht der Vorrat nun insgesamt?

Lösung:

Aufgabenteil a)

(1) mit Tabelle:

Diese Aufgabe lässt sich mit Hilfe einer Tabelle lösen. Dabei ist die Gesamtarbeit eine dem Problem immanente Invariante, sie muss festgestellt, nicht konstruiert werden.

Gesamtarbeitsstunden (Invariante!) = Tage mal (Anzahl Maurer) mal (Stunden pro Tag pro Maurer)

Mit den gegebenen Informationen ergibt sich also die Invariante 24*8*8 = 1536 Stunden. Nur wenn die Maurer diese Gesamtarbeit leisten können, kann das Haus rechtzeitig fertig gestellt werden.

Mit folgender Tabelle kann die Arbeit bestimmt werden, die die Maurer mit den gegebenen Informationen tatsächlich leisten werden:

Tage	Anzahl Maurer	h/Tag	Arbeitsstunden gesamt
19	8	8	1216
5	7	9	315
		Summe:	1531

Es zeigt sich also, dass die Maurer die 1536 nötigen Stunden nicht mit ihrem Vorgehen leisten können.

(2) Alternativlösung:

Es ist möglich neben der vorigen Invariante eine andere zu *konstruieren*, indem die Arbeit eines einzelnen Arbeiters betrachtet wird. Ein Arbeiter muss 8 Stunden pro Tag arbeiten, damit das Haus fertig wird - das ist eine Invariante! Nach dem Ausfall eines Arbeiters arbeiten die anderen jeden Tag eine Stunde mehr. Bei 7 aktiven Arbeitern sind das also 7 Stunden pro Tag mehr. Das kann aber einen ganzen Arbeiter nicht ersetzen, also kann das Haus auf diese Weise nicht rechtzeitig fertig gestellt werden.

Aufgabenteil b)

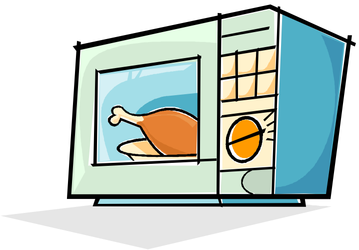
Auch Aufgabenteil b) kann mit Hilfe einer Tabelle gelöst werden. Eine Invariante dieses Problems ist die Menge an überhaupt vorhandenem Futter. Laut Aufgabenstellung können 16 Pferde damit 105 Tage versorgt werden. Mit der Futtermenge als Einheit, die 1 Pferd pro Tag benötigt, sind somit 16*105 = 1680 Einheiten des Futters vorrätig.

Damit sind die Spaltenköpfe der folgenden Tabelle klar:

Pferde	Tage	Futterverbrauch
16	9	144
12	14	168
15	?	1680-(144+168)=1368

Der invariante Futtervorrat wird in der dritten Zeile eingesetzt, um den übrigen Vorrat nach den beiden Änderungen zu bestimmen. Die letzte Zeile ergibt damit: 15 Pferde können noch *1368:15* = 91.2 Tage versorgt werden. Insgesamt reicht der Futtervorrat somit 91,2 + 14 + 9 = 114,2 Tage oder 114 ganze Tage.

<u>Aufgabe 3:</u> Mikrowellen-Aufgabe



Der Zeitbedarf beim Aufwärmen von Speisen in Mikrowellengeräten ist proportional zur Menge der Speise und antiproportional zur Leistung des Gerätes. Um 150ml Milch zum Kochen zu bringen, benötigt ein Mikrowellengerät mit 600W Leistung 8 Minuten. Wie lange benötigt ein Gerät mit 850W Leistung, um 200ml zum Kochen zu bringen?

Lösung:

Diese Aufgabe kann genutzt werden, um das Prinzip des Fallunterscheidens in Grundzügen einzuführen. Es ist zur Lösung unabdingbar zwischen den verschiedenen Teilen der Aufgabe zu unterscheiden: Die Änderung der Menge ist proportional, die Änderung der Leistung verhält sich dagegen antiproportional zur benötigten Zeit. Aufgrund dieser Erkenntnis ist es sinnvoll, die Änderungen von Menge und Leistung nacheinander auf die benötigte Zeit umzurechnen.

Dabei können zwei einfache Tabellen eingesetzt werden, wie sie üblicherweise bei der Dreisatzrechung vorkommen:

Menge in ml	*Zeit in min*
150	8
1	$\frac{8}{150}$
200	$\frac{8\cdot 200}{150}$

Und:

Leistung in W	*Zeit in min*
600	$\frac{8\cdot 200}{150}$
1	$\frac{8\cdot 200\cdot 600}{150}$
850	$\frac{8\cdot 200\cdot 600}{150\cdot 850}\approx 7\frac{1}{2}$

Die andere Mikrowelle braucht also für 200ml etwa 7,5 min.

Das Entscheidende bei dieser Aufgabe ist nicht das benutzte Hilfsmittel, sondern das grundsätzliche Zerlegen der Aufgabe in Teilaufgaben, deren Lösungen hier sogar schon Routinetätigkeiten sind.