Aufgabe 1: **Wortvorschriften**

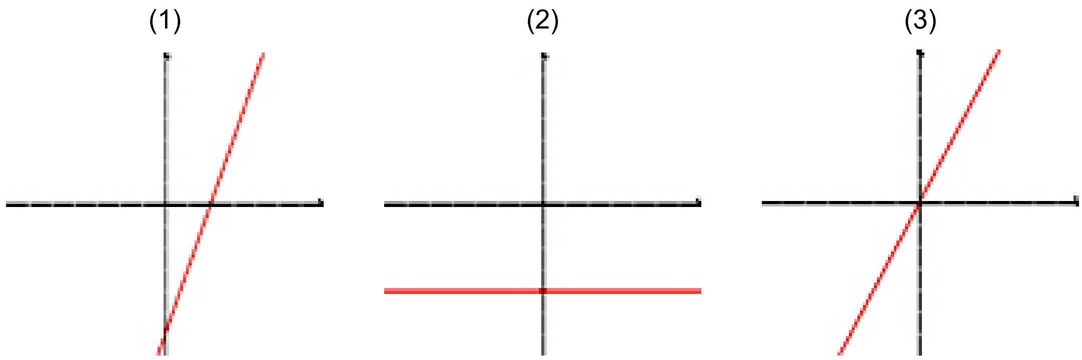
Gib zu den Wortvorschriften je eine Funktionsgleichung an:

a) Jeder Zahl wird das Doppelte zugeordnet

b) Jeder Zahl wird das um 6 verminderte Dreifache zugeordnet

c) Jeder Zahl wird die Zahl -4 zugeordnet

Ordne diese Vorschriften nun den folgenden Graphen zu:



Lösung:

a) $f(x) = 2x$ → entspricht Graph (3): Erkennungsmerkmal „Ursprungsgerade“

b) $f(x) = 3x – 6$ → entspricht Graph (1): Erkennungsmerkmal „negativer Achsenabschnitt“

c) $f(x) = -4$ → entspricht Graph (2): Erkennungsmerkmal „konstante Funktion“

Aufgabe 2: **Internettarife**

Eine Telefongesellschaft bietet ihren Kunden die Nutzung des Internets zu folgenden Konditionen:

Monatliche Grundgebühr:		5,00 €
Zeitabhängige Nutzung:	Feiertags/Sonntags:	0,04 €/min
	Werktags:	0,06 €/min

Tanja hat monatlich 30,00 € für das Surfen im Internet zur Verfügung. Berechne die Stunden, die sie surfen kann, wenn sie (a) nur feiertags ins Internet geht und wenn sie (b) nur werktags surft. Stelle die Kostenentwicklung für beide Fälle auch graphisch dar.

Lösung:

(a) Feiertags/Sonntags:

Mit der Grundgebühr (5 €) und dem Minutenpreis (0,04 €) lässt sich folgende Kostenfunktion aufstellen: $y = 0{,}04x+5$ mit y: „monatliche Kosten“ und x: „genutzte Online-Minuten“

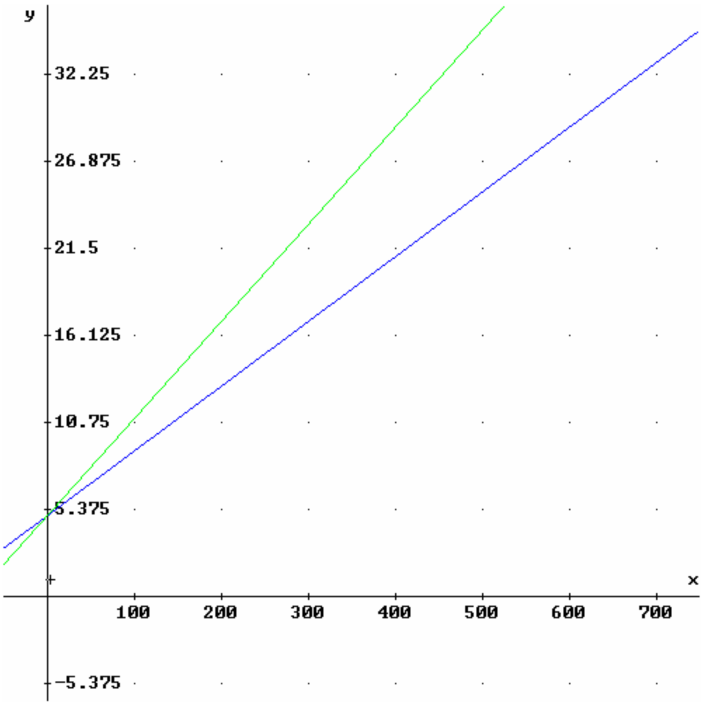
Die gesuchte Minutenzahl x ergibt sich aus $30 = 0{,}04x+5$ → $x = 25/0{,}04 = 625$min.

(b) Werktags:

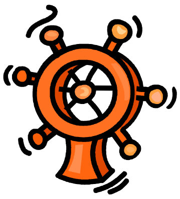
Wie unter (a) mit der Kostenfunktion $y = 0{,}06x+5$. Die gesuchte Minutenzahl x ergibt sich hierbei aus $30 = 0{,}06x+5$ → $x = 25/0{,}06 = 417$min.

Graphische Darstellung:

(y-Achse: Gesamtkosten in €, x-Achse: Minuten, Blau: Feier- und Sonntage, Grün: Werktage)



<u>Aufgabe 3:</u> Auf der Fähre



Eine Fähre bewegt sich mit nahezu konstanter Geschwindigkeit vom Festland zu einer Insel. Nach 15min Fahrt ist sie noch 29km vom Inselhafen entfernt, nach weiteren 50min nur noch 15km. Bestimme die Entfernung des Inselhafens von der Ablegestelle! Nach wie viel Minuten Fahrzeit erreicht die Fähre den Inselhafen?

Lösung:

Die Bewegung der Fähre lässt sich als lineare Funktion interpretieren mit x: „Gesamtfahrtzeit in Minuten“ und y: „Entfernung vom Inselhafen in km“. Die gegebenen Daten können als Punkte der Geraden aufgefasst werden: P_1 (15/29), P_2 (65/15)

Über die 2-Punkteform erhält man die Steigung der Geraden: $m = (15-29) / (65-15) = -14/50 = -7/25$

Der Achsenabschnitt b entspricht der gesuchten Entfernung: $y = -7/25x+b$

Setzt man z.B. Punkt P_1 in die Gleichung ein, erhält man $29 = -7/25 \cdot 15 + b$

und daraus ergibt sich die gesuchte Entfernung: $b = 33{,}2$

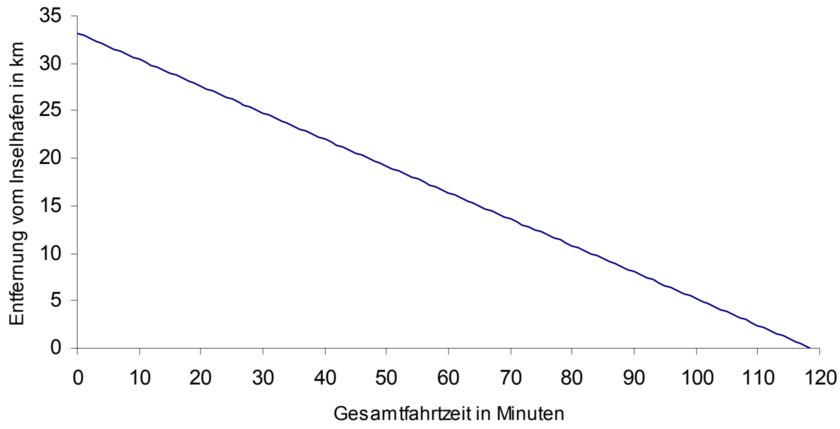
Die gesuchte Entfernung beträgt also 33,2 km.

Im zweiten Aufgabenteil ist die Nullstelle der Geraden gesucht: $0 = -7/25x+33{,}2$

Daraus ergibt sich $x = 33{,}2/(7/25) \approx 119$

Die Fahrt dauert also knapp 2 Stunden.

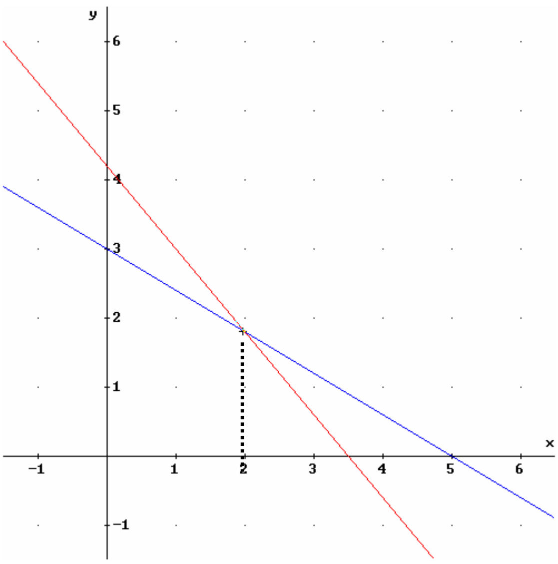
Graphische Darstellung:



<u>Aufgabe 4:</u> Schmelzende Schneemänner

Es schmelzen zwei Schneemänner von ungleicher Höhe und verschiedener Dicke. Der größere Schneemann schmilzt in 3,5 Stunden herunter, der kleinere in 5 Stunden. Nach 2 Stunden Schmelzen haben die Schneemänner dieselbe Höhe. Wie viel war der eine Schneemann anfangs kleiner als der andere?

Lösung:



Die Situation lässt sich am besten graphisch darstellen. Gesucht ist Verhältnis der Höhen der beiden Schneemänner zueinander. Dieses lässt sich durch die gleiche Höhe nach 2 Stunden finden.

Man beginnt mit dem kleineren Schneemann:

Seine Anfangshöhe b wählt man beliebig (z.B. b = 3), dann gibt die Funktion $y = 3 - 3/5 \cdot x$ die Höhe des Schneemannes nach x Stunden an. Die Steigung $m = -3/5$ ergibt sich aus der Tatsache, dass der Schneemann nach 5 Stunden geschmolzen ist, dass also $0 = 3 + m \cdot 5$. Auflösen der Gleichung liefert $m = -3/5$. (Der Wert der Steigung m hängt von der gewählten Anfangshöhe b ab.)

Durch Einsetzen von x = 2 erhält man den gemeinsamen Punkt (2 / 1,8).

Die Funktion des größeren Schneemanns wird nun über die 2-Punkteform aus den Punkten (3,5 / 0) und (2 / 1,8) ermittelt: m= (0 – 1,8) / (2 – 3,5) = -1,2

Die Anfangshöhe b erhält man nun aus $0 = b - 1{,}2 \cdot 3{,}5$ oder $1{,}8 = b - 1{,}2 \cdot 2$.

Daraus ergibt sich b = 4,2. Das gesuchte Höhenverhältnis beträgt demnach $3/4{,}2 \approx 0{,}71 \approx 5/7$.

<u>Aufgabe 5:</u> Handytarife

Ein Mobilfunkanbieter bietet bei Abschluss eines Vertrages drei verschiedene Tarifoptionen an. Vergleiche die Entwicklung der monatlichen Kosten für die drei Tarife in Abhängigkeit von den monatlich genutzten Gesprächsminuten. Wähle dazu eine graphische Darstellung. Welchen Tarif würdest Du einem Neukunden empfehlen? Wovon würdest Du Deine Empfehlung abhängig machen?

Tarif 1 **FÜR ALLROUNDER**	Tarif 2 **FÜR CLEVERE**	Tarif 3 **FÜR SPARFÜCHSE**
Faire 5,00 € Grundgebühr bei 0,39 € pro Gesprächsminute!	Telefonieren ganz ohne monatliche Grundgebühr für nur 0,59 € pro Minute!	Telefonieren für supergünstige 0,07 € pro Minute bei einer monatlichen Grundgebühr von 29,95€.

Lösung:

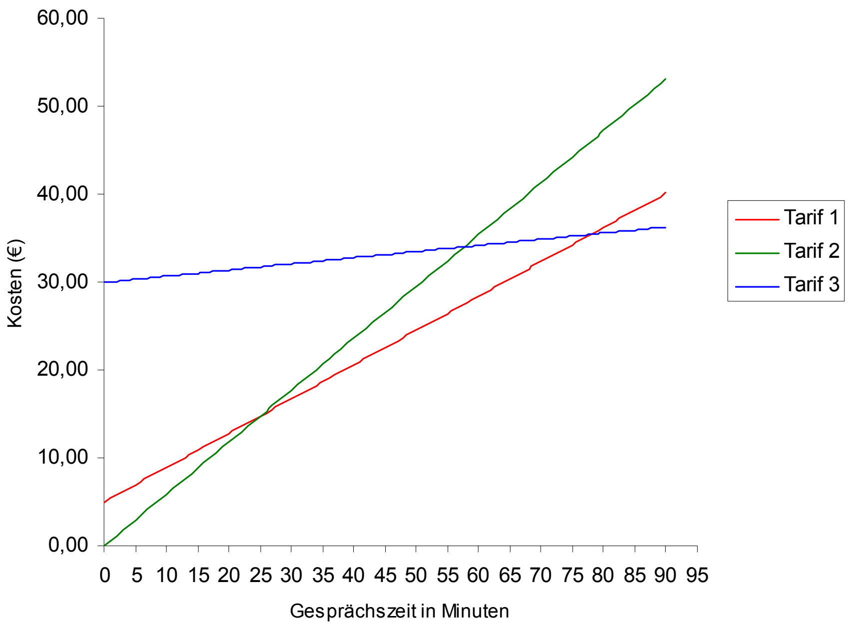
Für jeden Tarif lässt sich eine Funktion „Gesprächsminuten (x)“ → „Monatliche Gesamtkosten (y)“ aufstellen:

Tarif 1: $y = 0{,}39x + 5$

Tarif 2: $y = 0{,}59x$

Tarif 3: $y = 0{,}07x + 29{,}95$

Zeichnet man die drei Geradengleichungen in ein Koordinatensystem, erhält man das folgende Bild:



Die Wahl des Tarifes sollte davon abhängig gemacht werden, wie viele Gesprächsminuten pro Monat voraussichtlich genutzt werden. Die Schnittpunkte der Geraden bei $x_1 = 25$ und $x_2 \approx 78$ entsprechen den gesuchten Intervallgrenzen:

- Bei einem monatlichen Gesprächsvolumen von 0-25 Minuten ist Tarif 2 am günstigsten.
- Bei einem Gesprächsvolumen zwischen 25 und 78 Minuten ist Tarif 1 zu bevorzugen.
- Bei einem Gesprächsvolumen von mehr als 78 Minuten empfiehlt sich die Wahl von Tarif 3.