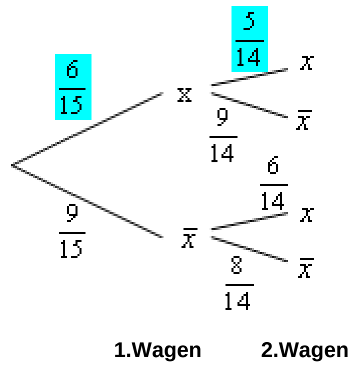
Aufgabe 1: **Schwarzfahrer**

In 6 von 15 Wagen eines Zuges befindet sich jeweils ein Schwarzfahrer. Es werden nacheinander zwei zufällig ausgewählte Wagen kontrolliert. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Schwarzfahrer erwischt werden?

Lösung:

Informative Figur: Baumdiagramm

Mit dem Ereignis x=„Schwarzfahrer erwischt“ und dem Gegenereignis $\bar{x}$=„kein Schwarzfahrer erwischt“ lässt sich ein passendes Baumdiagramm erstellen. Die noch benötigten Übergangswahrscheinlichkeiten erhält man aus den Angaben in der Aufgabenstellung:



Das Ereignis „zwei Schwarzfahrer werden erwischt“ entspricht dem farbig unterlegten oberen Weg. Aus den zugehörigen Übergangswahrscheinlichkeiten lässt sich nun mittels der Pfadmultiplikationsregel die gesuchte Wahrscheinlichkeit berechnen:

$$1 \xrightarrow[\text{1. Wagen Schwarzfahrer}]{*\frac{6}{15}} \frac{6}{15} \xrightarrow[\text{2. Wagen Schwarzfahrer}]{*\frac{5}{14}} \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$$

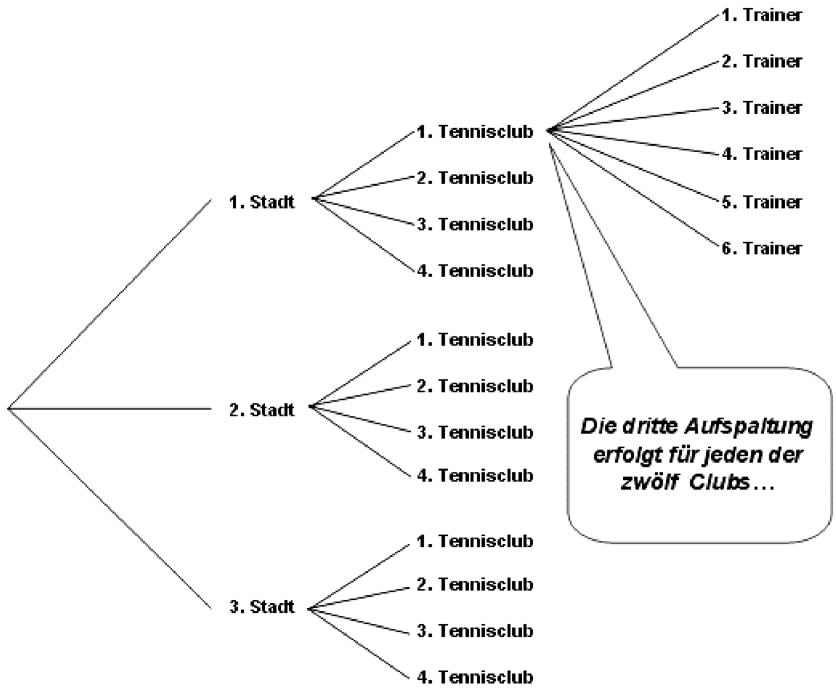
Aufgabe 2: **Das Tennisturnier: Vorbereitung**

Eva ist mit ihrer Familie umgezogen und möchte sich einen neuen Tennisclub in ihrer Umgebung suchen. Es stehen drei Städte mit je vier Tennisclubs in ihrer Nähe zur Auswahl, die jeweils sechs Trainer bereitstellen. Wie viele Möglichkeiten hat sie, einen Trainer zu wählen?

Lösung:

In jeder Stadt stehen 4 Tennisclubs mit je 6 Trainern zur Auswahl. Dies sind $4 * 6 = 24$ Möglichkeiten pro Stadt. Bei 3 Städten gibt es dann insgesamt $3 * (4 * 6) = 3 * 24 = 72$ Möglichkeiten einen Trainer zu wählen.

Dieselbe Lösung erhält man bei Verwendung eines Baumdiagramms:



Da jeder der zwölf Tennisclubs sechs Trainer stellt, gelangt auch auf diesem Weg zur Gesamtzahl an 12 * 6 = 72 Möglichkeiten einen Trainer zu wählen.

<u>Aufgabe 3:</u> Das Tennisturnier: Wettkampf

Nach zwei Monaten hat Eva ihren ersten Wettkampf. Insgesamt haben sich 7 Spielerinnen angemeldet. Deshalb soll jede gegen jede spielen. Wie viele Matches werden unter den Damen ausgetragen?

Lösung:

Lösung über Informative Figur / Tabelle:

Jedes Kreuz in der Tabelle steht für ein Spiel (Spieler in Spalte gegen Spieler in Zeile).

	1	2	3	4	5	6	7
1		x	x	x	x	x	x
2			x	x	x	x	x
3				x	x	x	x
4					x	x	x
5						x	x
6							x

Daraus ergibt sich, dass bei den Damen insgesamt 21 Partien gespielt werden.

Aufgabe 4: **Das Tennisturnier: Party**

Eva ist auf eine Party des Tennisclubs eingeladen. Vor lauter Aufregung ist sie die Erste. Nach und nach treffen die anderen Mitglieder ein, die sich gegenseitig die Hände schütteln. Eva beobachtet nur und zählt 55 geschüttelte Hände. Wie viele Mitglieder sind bis jetzt eingetroffen?

Zusatzfrage: Wie viel Mal Händeschütteln wäre bei 16 eingetroffenen Mitgliedern nötig?

Lösung:

Am schnellsten kann die Anzahl der eingetroffenen Mitglieder mit Hilfe einer Tabelle ermittelt werden: Eva als 1. eingetroffenes Mitglied kann noch keine Hände schütteln. Trifft das 2. Mitglied ein, gibt Eva ihm die Hand. Dann hat insgesamt 1 Händeschütteln stattgefunden. Das 3. eingetroffene Mitglied schüttelt sowohl Eva, als auch dem 2. eingetroffenen Mitglied die Hand. Damit haben insgesamt drei Händeschütteln seit Evas Eintreffen stattgefunden. Diese Reihe lässt sich fortsetzen, bis 55 Hände geschüttelt wurden:

Eingetroffenes Mitglied	**Händeschütteln wegen neuem Mitglied**	**Händeschütteln insgesamt**
1.	0	0
2.	1	1
3.	2	3
4.	3	6
5.	4	10
6.	5	15
7.	6	21
8.	7	28
9.	8	36
10.	9	45
11.	10	55

Also wurden 55 Hände geschüttelt, wenn das 11. Mitglied eingetroffen ist und jeden begrüßt hat.

Zusatzfrage: Setzt man die Tabelle bis zum 16. Mitglied fort, erhält man:

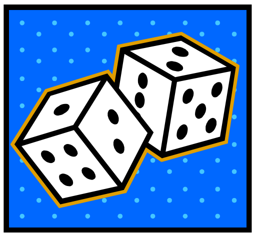
55 + 11 + 12+ 13 + 14 +15 = 120. Bei 16 Mitgliedern werden also 120 Mal Hände geschüttelt.

Aufgabe 5: **Notenwalzer**

Für alle die, die ein bisschen Klavier spielen können, aber keine Ahnung vom Komponieren haben, hatte Mozart eine schöne Idee. Er erfand den Würfelwalzer. Alles was hierzu benötigt wird, sind zwei Würfel, eine Tabelle und ein dazu gehöriges Notenblatt. Die Tabelle verweist mit den Würfelkombinationen links auf den Takt aus dem Notenblatt. Würfelt also jemand z.B. im ersten Wurf eine 4 (hier ist es egal, ob 2/2, 3/1 oder 1/3 gewürfelt wird), so notiert er sich den hierzu gehörenden Takt 69 aus dem Notenblatt als ersten Takt der Komposition. Ist der zweite Wurf eine 9, so fügt er als zweites den Takt 84 aus dem Notenblatt hinzu usw. So entsteht mit Hilfe der jeweils auf das Notenblatt verweisenden Tabelle nach der Ermittlung aller Zahlen ein fertiges Musikstück. Welche Möglichkeiten von Taktfolgen gibt es, wenn nur die Würfe gezählt werden, bei denen die Differenz der Einzelaugen größer als 2 ist und keine 2 oder 6 gewürfelt werden darf?

1. Walzerteil

	Takt 1	Takt 2	Takt 3	Takt 4	Takt 5	Takt 6	Takt 7	Takt 8
	96	22	141	41	105	122	11	30
	32	6	128	63	146	46	134	81
	69	95	158	13	153	55	110	24
	40	17	113	85	161	2	159	100
	148	74	163	45	80	97	36	107
	104	157	27	167	154	68	118	91
	152	60	171	53	99	133	21	127
	119	84	114	50	140	86	169	94
	98	142	42	156	75	129	62	123
	3	87	165	61	135	47	147	33
	54	130	10	103	28	37	106	5
Kombination:	4	9	12	3	12	3	11	7



(Quelle: Die musikalischen Würfelspiele, www.schottmusic.com/ wuerfelspiele/ geschichte.htm)
Zusatzfrage: Wenn Mozart einen Würfelwalzer erfunden hat, wieso sollte man dann nicht auch mit zwei Würfeln ein Kunstbild gestalten können? Wie könnte so etwas aussehen?

Lösung:

Unter den Bedingungen „Differenz größer als zwei“ und „*keine 2 oder 6*“ kommen nur die folgenden Kombinationen in Betracht: („*1. Würfel*“ / “*2. Würfel*“)

(1/4) , (4/1) : „Summe 5“ sowie **(1/5) , (5/1) : „Summe 6“**

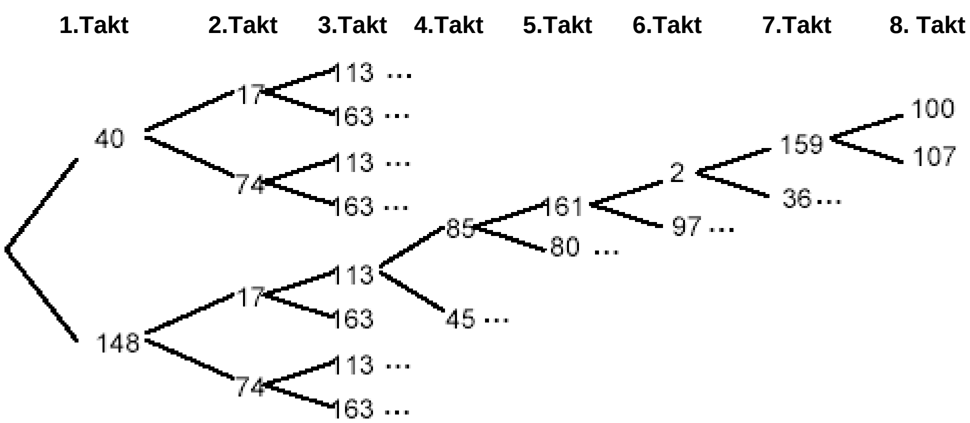
Für „Summe 5“ lesen wir aus der obigen Tabelle (4. Zeile) folgende Möglichkeiten ab:

Takt	1	2	3	4	5	6	7	8
ergibt Takt	**40**	**17**	**113**	**85**	**161**	**2**	**159**	**100**

Für „Summe 6“ folgt in der 5. Zeile:

Takt	1	2	3	4	5	6	7	8
ergibt Takt	**148**	**74**	**163**	**45**	**80**	**97**	**36**	**107**

Aus diesen Angaben lässt sich ein Baumdiagramm nach dem folgenden Schema erstellen:



Unter diesen Bedingungen lassen sich $2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 = 256$ verschiedene Musikstücke kreieren!

Zusatzfrage: Die SchülerInnen sollten sich hier überlegen, wie so ein Würfelbild aussehen könnte. So könnte beispielsweise ein Bild wie „Malen nach Zahlen“ gestaltet werden, das je nach Wurf mit verschiedenen Farben gestaltet wird. Dazu können dann auch eigene Tabellen und Bilder entworfen werden. Oder die Lernenden entwerfen verschiedene Motive, die je nach Wurf zusammengesetzt und später zu einem Bild verarbeitet werden. Dabei sollten sich die SchülerInnen immer Gedanken über die Wahrscheinlichkeiten und die kombinatorischen Möglichkeiten machen.